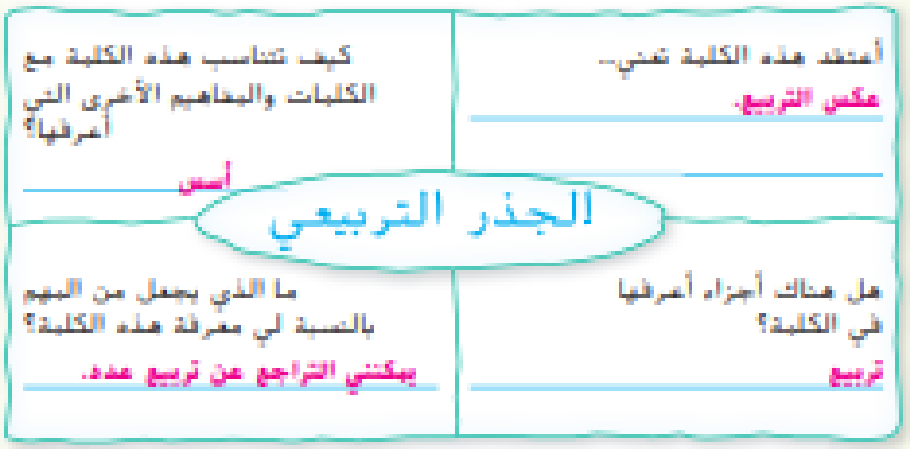
الدرس 8

الجذور

المفردات الرئيسية

يمد **الجذر التربيعي** لعدد ما أحد العاملين المتساويين له. يطلق على الأعداد مثل 1 و 4 و 9 و 16 و 25 **مربعات كاملة** لأنها مربعات لأعداد صحيحة.

أكمل خريطة المفاهيم. تُقدَّم نماذج لبعض الإجابات.



ما العلاقة بين تربيع عدد وإيجاد الجذر التربيعي؟ **الإجابة النموذجية: تربيع عدد**

وإيجاد الجذر التربيعي عمليتان عكسيتان.

مسائل من الحياة اليومية

تغطي الحاضنة البريدة لهرم الجيزة الأكبر ما يقرب من 562,500 قدم مربعة. كيف تحدد طول كل ضلع من أضلاع الحاضنة؟

الإجابة النموذجية: أوجد الجذر التربيعي لـ 562,500.

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟
ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

- ① المثابرة في حل المسائل
- ② التفكير بطريقة تجريدية
- ③ بناء فرضية
- ④ استخدام نماذج الرياضيات
- ⑤ استخدام أدوات الرياضيات
- ⑥ مراعاة الدقة
- ⑦ الاستفادة من البنية
- ⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

السؤال الأساسي

ما وجه الاستفادة من كتابة الأعداد بطرق مختلفة؟

المفردات

الجذر التربيعي (square root)
التربيع الكامل (perfect square)
رمز الجذر (radical sign)
الجذر التكعيبي (cube root)
التكعيب الكامل (perfect cube)

ممارسات رياضية
1, 3, 4

المفهوم الرئيسي

الجذر التربيعي

الشرح	الجذر التربيعي لعدد ما هو أحد العاملين المتساويين له.
الرموز	إذا كان العدد $y = x^2$ إذا x هو الجذر التربيعي للعدد y.
مثال	$25 = 5^2$ لذا يكون العدد 5 هو جذر تربيعي للعدد 25.

يحتوي كل عدد موجب على جذرين تربيعيين أحدهما موجب والآخر سالب. في معظم المواقف الحياتية، يتم وضع الجذر التربيعي الموجب أو الأساسي فقط في الحسبان.
يستخدم **رمز الجذر** $\sqrt{\ }$ للدلالة على الجذر الموجب أو الأساسي.
إذا كان $n^2 = a$، إذا $n = \pm\sqrt{a}$

أمثلة

أوجد الجذر التربيعي لكل مما يلي.

1. $\sqrt{64}$

أوجد الجذر التربيعي الموجب للعدد 64
$8^2 = 64$

$\sqrt{64} = 8$

2. $\pm\sqrt{1.21}$

أوجد الجذور التربيعية للعدد 1.21
$1.1^2 = 1.21$

$\pm\sqrt{1.21} = \pm 1.1$

3. $-\sqrt{\frac{25}{36}}$

أوجد الجذر التربيعي السالب للعدد $\frac{25}{36}$
$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$

$-\sqrt{\frac{25}{36}} = -\frac{5}{6}$

4. $\sqrt{-16}$

لا يوجد جذر تربيعي حقيقي حيث لا يوجد عدد يُضرب في نفسه يساوي العدد -16.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $\sqrt{\frac{9}{16}}$ b. $\pm\sqrt{0.81}$ c. $-\sqrt{49}$ d. $\sqrt{-100}$

مثال

5. حل $t^2 = 169$. تحقق من حلك (حلولك).

اكتب المعادلة
$t^2 = 169$

أوجد الجذر التربيعي
$t = \pm\sqrt{169}$

تحقق ✓ $13 \times 13 = 169$ ، $(-13)(-13) = 169$
$t = 13$ و -13

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

e. $289 = a^2$ f. $m^2 = 0.09$ g. $y^2 = \frac{4}{25}$

منطقة العمل

a. $\frac{3}{4}$

b. ± 0.9

c. -7

d. لا يوجد حل حقيقي

e. ± 17

f. ± 0.3

g. $\pm\frac{2}{5}$

المفهوم الرئيسي

الجذور التكعيبية

الشرح يعد **الجذر التكعيبي** لعدد ما هو أحد العوامل الثلاثة المتساوية له.

الرموز إذا كان العدد $x = s^3$. إذا s هو جذر تربيعي للعدد x.

تعد الأعداد مثل 8 ,27 , 64 **مكعبات كاملة** لأنها مكعبات لأعداد صحيحة.

$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $\quad 27 = 3 \times 3 \times 3 \quad 3^3 = \quad 64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$

يستخدم الرمز $\sqrt[3]{\ }$ للدلالة على جذر تكعيبي لعدد ما.

إذا كان $n^3 = a$. إذا $n = \sqrt[3]{a}$. يمكنك استخدام هذه العلاقة لحل المعادلات التي تتضمن مكعبات.

أمثلة

أوجد الجذر التكعيبي لكل مما يلي.

6. $\sqrt[3]{125}$

$\sqrt[3]{125} = 5$ $\quad 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

7. $\sqrt[3]{-27}$

$\sqrt[3]{-27} = -3$ $\quad (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

h. $\sqrt[3]{729}$ $\quad$ i. $\sqrt[3]{-64}$ $\quad$ j. $\sqrt[3]{1{,}000}$

مثال

8. لدى كريم أصيص زرع على شكل مكعب يستوعب 8 أقدام مكعبة من التربة. حل المعادلة $s^3 = 8$ لإيجاد طول الضلع s للأصيص.

$8 = s^3$	اكتب المعادلة
$\sqrt[3]{8} = s$	خذ الجذر التكعيبي للطرفين
$2 = s$	أوجد الجذر التكعيبي

لذا، يبلغ كل ضلع من الأصيص قدمان.

تحقق $8 = (2)^3$ ✓

الجذور التكعيبية

مع أن $\sqrt{-16}$ ليس عددا حقيقيا، فإن $\sqrt[3]{-27}$ عدد حقيقي. $-3 \times -3 \times -3 = -27$

h. 9

i. −4

j. 10

تأكد من فهمك

أوجد حلولاً للمسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

k. يبلغ حيز حوض سمك على شكل مكعب يستوعب 25 جالوناً من الماء 3.375 قدم مكعب. حل $s^3 = 3.375$ لإيجاد طول أحد أضلاع حوض السمك.

k. 1.5 قدم

تمرين موجه

أوجد الجذر التربيعي في كل مما يلي. المثال 1–4

1. $-\sqrt{1.69} = -1.3$

2. $\pm\sqrt{\frac{49}{144}} = \pm\frac{7}{12}$

3. $\sqrt{-144} =$ لا يوجد حل حقيقي

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من صحة حلك (حلولك). المثال 5

4. $p^2 = 36$ $-6 = 6$

5. $t^2 = \frac{1}{9}$ $\frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$

6. $6.25 = r^2$ $-2.5 = 2.5$

أوجد الجذر التكعيبي في كل مما يلي. المثالان 6 و 7

7. $\sqrt[3]{216} = 6$

8. $\sqrt[3]{-125} = -5$

9. $\sqrt[3]{-8} = -2$

10. يمكن لعلبة على شكل مكعب أن تسع 729 بوصة مكعبة من مادة حشو. حل $s^3 = 729$ لإيجاد طول أحد أضلاع العلبة. المثال 8 9 in

11. **الاستفادة من السؤال الأساسي** لم سأحتاج إلى استخدام الجذور التربيعية والجذور التكعيبية؟

الإجابة النموذجية: إذا عرفتُ مساحة مربع أو حجم مكعب، يمكنني إيجاد طول أحد الأضلاع عن طريق إيجاد الجذر التربيعي أو الجذر التكعيبي.

قيّم نفسك!

- ☐ أعرف كيف أوجد الجذور التربيعية والجذور التكعيبية.
- رائع! أنت مستعد للمتابعة!
- ☐ لا يزال لدي بعض الأسئلة حول إيجاد الجذور التربيعية والجذور التكعيبية.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة هوتون ميفلين هاركورت

تمارين ذاتية

أوجد الجذر التربيعي في كل مما يلي. الأمثلة 1–4

1. $\sqrt{16} =$ 4

2. $-\sqrt{484} =$ −22

3. $\sqrt{-36} =$ لا يوجد حل حقيقي

4. $\pm\sqrt{\frac{9}{49}} =$ $\pm\frac{3}{7}$

5. $-\sqrt{2.56} =$ −1.6

6. $\sqrt{-0.25} =$ لا يوجد حل حقيقي

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من صحة حلك (حلولك). المثال 5

7. $v^2 = 81$ ±9

8. $w^2 = \frac{36}{100}$ $\pm\frac{3}{5}$

9. $0.0169 = c^2$ ±0.13

أوجد الجذر التكعيبي في كل مما يلي. المثالان 6 و 7

10. $\sqrt[3]{1,728} =$ 12

11. $\sqrt[3]{-0.125} =$ −0.5

12. $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} =$ $\frac{3}{5}$

13. تصنع مجموعة مكونة من 169 طالبًا للجلوس على شكل مربع لالتقاط صورة للكتاب السنوي. حل المعادلة $s^2 = 169$ لإيجاد عدد الطلاب الذين يجب عليهم الجلوس بكل صف. المثال 8 13 طالبًا

14. ترغب كاميليا في بناء حاوية تخزين على شكل مكعب لتسع 15.625 مترًا مكعبًا من التين المجففة. حل المعادلة $s^3 = 15.625$ لإيجاد طول أحد أضلاع الحاوية. المثال 8

2.5 m

المثابرة في حل المسائل من خلال معرفة مساحة كل مربع، أوجد المحيط.

15.

44 in.

16.

20 ft

17.

24 m

مهارات التفكير العليا

المثابرة في حل المسائل أوجد قيمة كل مما يلي.

18. $\left(\sqrt{36}\right)^2 =$ 36

19. $\left(\sqrt{\frac{25}{81}}\right)^2 =$ $\frac{25}{81}$

20. $\left(\sqrt{199}\right)^2 =$ 199

21. $\left(\sqrt{x}\right)^2 =$ x

22. **التفكير بطريقة تجريدية** بناءً على حلولك للتمارين من 18 – 21، اكتب قاعدة يمكن استخدامها لتبسيط مربع أي جذر تربيعي لعددٍ ما.

الإجابة النموذجية: مربع أي جذر تربيعي لعددٍ ما هو نفس العدد الأصلي.

23. **الاستدلال الاستقرائي** علل لم العدد $\sqrt{-4}$ ليس عددًا صحيحًا، مع أن العدد $\sqrt[3]{-8}$ هو عدد صحيح.

الإجابة النموذجية: لا يوجد عددان متساويان لهما ناتج ضرب 4-، ولكن $(-2)(-2)(-2) = -8$.

24. **الاستدلال الاستقرائي** وضّح الاختلاف بين قيمة بعينها وبين التقريب عند إيجاد جذور تربيعية لأعداد ليست مربعات كاملة. أعطِ مثالًا على كل منها.

الإجابة النموذجية: تُعطي القيمة الدقيقة لجذر تربيعي ما باستخدام رمز الجذر التربيعي مثل $\sqrt{13}$. التقريب عبارة عن قيمة عشرية مثل $\sqrt{13} \approx 3.6$.

حقوق الطبع والنشر © لصالح مؤسسة ماكجروهيل للتعليم

تمرين إضافي

أوجد الجذر التربيعي في كل مما يلي.

25. $-\sqrt{81} =$ -9
$9 \times 9 = 81$
وبالتالي، $-\sqrt{81} = -9$

26. $-\sqrt{\frac{64}{225}} =$ $-\frac{8}{15}$

27. $-\sqrt{\frac{16}{25}} =$ $-\frac{4}{5}$

28. $\pm\sqrt{1.44} =$ ± 1.2

أوجد الجذر التكعيبي في كل مما يلي.

29. $\sqrt[3]{-216} =$ -6

30. $\sqrt[3]{-512} =$ -8

31. $\sqrt[3]{-1{,}000} =$ -10

32. $\sqrt[3]{-343} =$ -7

أوجد حل كل من المعادلات التالية. تحقق من صحة حلك (حلولك).

33. $b^2 = 100$ ± 10

34. $\frac{9}{64} = c^2$ $\pm\frac{3}{8}$

35. $a^2 = 1.21$ ± 1.1

36. $\frac{1}{8} = z^3$ $\frac{1}{2}$

37. $1.331 = c^3$ 1.1

38. $m^3 = 8{,}000$ 20

39. $\sqrt{x} = 5$ 25

40. $\sqrt{y} = 20$ 400

41. $\sqrt{z} = 10.5$ 110.25

42. **المثابرة في حل المسائل** يحتاج طاقم عمل إلى وضع بعض الكراسي في المستوى الأرضي. توضع الكراسي في شكل مربع يتكون من أربعة أرباع. إذا اتسع أحد الأرباع لعدد 900 كرسي. فكم عدد الكراسي التي سيحتويها كل ضلع من أضلاع المربع الرئيسي؟ 60 كرسيًا

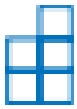
انطلق! تمرين على الاختبار

43. يمتلك السيد فهد حقل ذرة. أي مما يلي يمكن أن تكون مساحة حقل الذرة إذا تم قياس الأضلاع بالأمتار الكلية؟
حدد كل ما ينطبق.

- [ ] 164,000 ft²
- [x] 156,816 ft²
- [x] 174,724 ft²
- [ ] 215,908 ft²

44. مساحة كل شكل في الأشكال أدناه هي 81 وحدة مربعة.
حدد محيط كل شكل.

108 وحدة



90 وحدة

108 وحدة

99 وحدة	88 وحدة
108 وحدة	90 وحدة
117 وحدة	94 وحدة

هل لأي من الأشكال نفس المحيط؟ إذا كان كذلك، فوضح السبب.

الشكلان 1 و 3؛ الإجابة النموذجية: المسافة حول كلا الشكلين هي نفس المسافة.

مراجعة شاملة

أوجد قيمة كل تعبير.

45. $13^3 =$ 2,197

46. $25^2 =$ 625

47. $15^3 =$ 3,375

48. $34^2 =$ 1,156

49. $5 \times \sqrt{121} =$ 55

50. $-6 \times \sqrt{36} =$ -36

51. $10 \times \sqrt[3]{8} =$ 20

52. $-4 \times \sqrt{144} =$ -48

عبّر عن حجم كل مكعب في صورة أحادية الحد.

53. $4r^3s$

$64r^6s^3$ وحدات^3

54. $9m^3n^4$

$729m^9n^{12}$ وحدات^3

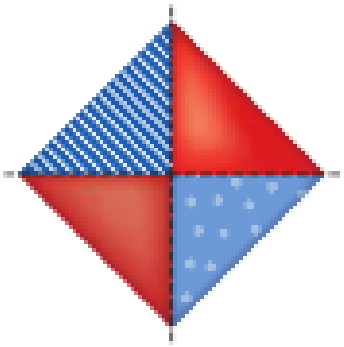
مختبر الاستكشاف
جذور المربعات غير الكاملة

الاستكشاف كيف يمكنك تقدير الجذر التربيعي لعدد تربيعي غير كامل؟

ممارسات رياضية 1, 3, 4, 5

يصنع مهندي قطعة صوف عبارة عن شارة مربعة كما هو موضح.

يبلغ طول كل ضلع من الخطوط المتقطعة 6 بوصات. فما الطول التقريبي لأحد أضلاع المربع؟

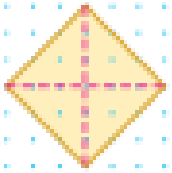


ما المعطيات التي تعرفها؟ الشكل مربع.

ما المطلوب إيجاده؟ الطول التقريبي لأحد الأضلاع

نشاط عملي

الخطوة 1 توضح أمامك مخطط المربع على ورقة متقطعة. ارسم خطوطًا متقطعة تصل بين رؤوس الزوايا المتقابلة.



عندما ترسم الخطوط، تكون المثلثات الأربعة التي تأخذ نفس الشكل والحجم. ما أبعاد المثلثات؟

القاعدة = 3 وحدة الارتفاع = 3 وحدة

مساحة أحد المثلثات 4.5 وحدة مربعة.

مساحة المربع 18 وحدة مربعة.

الخطوة 2 انسخ المربع وقسمه في الخطوة 1 على لوحة ورقية أخرى وقسمه.

الخطوة 3 ضع أحد أضلاع المربع على خط الأعداد.

بين أي الأعداد الكلية المتتالية يقع ناتج $\sqrt{18}$.

طول ضلع المربع؟ 4 و 5

تتقدم ضلاح ببعض الإجابات.

ضلع المربع قريب من أي من العددين الكليين؟ 4

احسب $\sqrt{18}$. 4.2

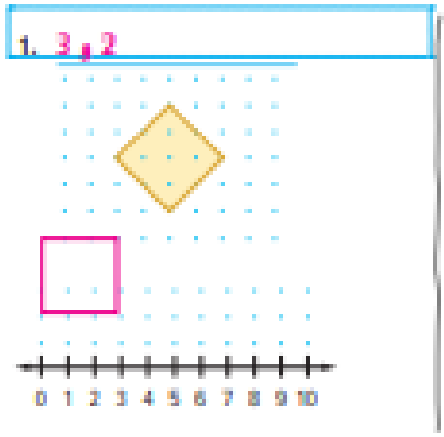
لذا، فإن طول أحد أضلاع المربع يبلغ 4.2 وحدة تقريبًا.

حقوق الطبع والنشر © Houghton Mifflin Harcourt Publishing Company

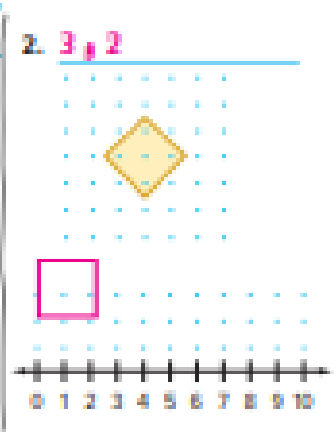
الاستكشاف

استخدام أدوات الرياضيات تعاون مع زميل. حدد العددين الكليين المتتاليين اللذين يقع بينهما طول ضلع كل مربع باستخدام الطريقة الموضحة في الاستكشاف.

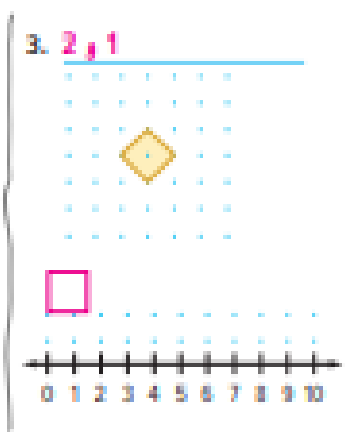
1. 2 و 3



2. 2 و 3



3. 1 و 2



التحليل والتفكير

استخدام أدوات الرياضيات احسب طول ضلع كل مربع في التمارين 3-1. تحقق من تقديرك باستخدام آلة حاسبة. تُقدَّم نماذج لبعض الإجابات.

4. التمرين 1

تقدير 1.5

آلة حاسبة 1.4

5. التمرين 2

تقدير 2.0

آلة حاسبة 2.1

6. التمرين 3

تقدير 2.9

آلة حاسبة 2.8

7. **الاستدلال الاستقرائي** كيف يساعدك استخدام نموذج المربع في إيجاد الجذر التربيعي لمربع غير كامل؟

الإجابة النموذجية: طول ضلع المربع هو الجذر التربيعي لمساحة المربع. ضع الضلع على خط الأعداد واحسب الطول.

الابتكار

8. **استخدام نماذج الرياضيات** اكتب مسألة عن الحياة اليومية تتضمن تقدير جذر تربيعي. استخدم النموذج الموضح في النشاط لحل مسألتك.

الإجابة النموذجية: تبلغ مساحة حديقة مربعة 30 قدمًا مربعًا. ما طول ضلع الحديقة؟ 5.5 ft تقريبًا

9. **استقصاء** كيف يمكنك تقدير الجذر التربيعي لمربع غير كامل؟

الإجابة النموذجية: حدد بين أي من العددين الكليين المتتاليين يقع الجذر التربيعي. ثم حدد أيًا من العددين أقرب إلى الجذر التربيعي.